

NODVS LXVII

Juny de 2023

La paradoja de B. Russell, a la luz de su libro *La evolución de mi pensamiento filosófico*

Referencia presentada en el Seminario del Campo Freudiano de Barcelona el 11 de marzo de 2023, impartido por Miquel Bassols.

Alejandro Martínez Carrera

Resum

En esta referencia se trata de explicar la paradoja de Russell, que Lacan toma en el capítulo XIII de *El seminario 19 o peor...*, y se apunta a la utilidad que para Lacan tuvo en su formalización de lo real del número y sus fórmulas de la sexuación.

Paraules clau

Russell, paradoja, teoría de conjuntos, atributo, Uno de la diferencia

Bertrand Russell es considerado una de las figuras más influyentes del pensamiento del siglo XX y uno de los más destacados exponentes de la filosofía inglesa en toda su historia. Su libro *La evolución de mi pensamiento filosófico*¹ publicado en 1959, a la edad de ochenta y siete años, constituye una autobiografía intelectual donde él mismo describe el recorrido de sus ideas en diversos campos del conocimiento a lo largo de su vida que abarcaron la lógica, la matemática, la ciencia, la religión y la política.

El pensamiento de Russell estuvo marcado toda su vida por la búsqueda de una verdad impersonal, fuera de todo humanismo y psicologismo, como objeto último de conocimiento. Es por ello que se mostró crítico con el idealismo y fue a buscar en la lógica matemática el medio para alcanzar esa verdad última, convirtiéndose en uno de los exponentes de la llamada filosofía analítica.

Los inicios de esta corriente se pueden ubicar en la teoría de conjuntos iniciada por George Cantor a finales del siglo XIX. En ella, Cantor formuló una axiomatización de los números naturales, lo que le permitió una formalización matemática del infinito. Esto sentaba las bases para una teoría del número que no tomara a los mismos como entidades metafísicas a las que a cada número le correspondiera un ser independiente.

Frege, apoyándose en los desarrollos de la teoría de conjuntos, inició su propio proyecto de fundar el edificio de las matemáticas sobre el lenguaje de la lógica. Una de sus aportaciones fundamentales consistió en formalizar una función proposicional que implicara una variable indeterminada susceptible de ser reemplazada por diversos objetos. Por ejemplo, en la frase *Sócrates es mortal* se puede aislar el predicado *ser mortal* como función $F(x)$ y sustituir el lugar del sujeto por una variable indeterminada x , donde puedan inscribirse diferentes sujetos o valores de x^2 . Dicho de otra manera, se trata de la formalización de un conjunto de elementos en base a una propiedad o atributo común. Esta formalización, que supuso un gran avance en la disciplina, iba a acarrear un problema que desestabilizaría sus cimientos.

Un conjunto es una serie de elementos diferenciados y distintos que se toma como un todo. Los conjuntos pueden constituirse por extensión, contando cada uno de sus elementos, o por comprensión, uniéndolos en base a una propiedad común, como hemos explicado anteriormente. Este segundo modo de definición permite formalizar conjuntos con un número infinito de elementos.

Por otra parte, un conjunto puede ser, a veces sí, y a veces no, un miembro de sí mismo. Por ejemplo, el conjunto de las cucharillas no es una cucharilla, y por tanto no se contiene a sí mismo como elemento. Por el contrario, el conjunto de cosas que no son cucharillas no es una cucharilla, por lo que forma parte como miembro del conjunto de cosas que no son cucharillas, y por tanto se contiene a sí mismo. También se pueden encontrar ejemplos positivos. El conjunto de los conceptos matemáticos incluye al conjunto mismo como miembro, pues es un concepto matemático³.

A comienzos del siglo XX, Russell se acercó a la lógica de la mano de las investigaciones de Peano⁴, para dar una nueva formulación a la filosofía de las matemáticas, articulando lógica y matemáticas. Pronto Russell se daría cuenta de que la mayor parte de las investigaciones que había realizado habían sido descubiertas por Frege dieciséis años antes⁵. Estudiando la obra de Frege, se dio cuenta de que había una falla en la teoría que parecía desmontarla por completo. Le envió una carta a Frege, quien se vio obligado a incluir un apéndice en el segundo volumen de su obra *Fundamentos de la Aritmética*⁶ que incluía la paradoja y que afirmaba que posiblemente toda su teoría fuera errónea. El compañero de investigaciones de Russell, el matemático Whitehead, le expresó a Russell tras el descubrimiento: "Nunca de nuevo una mañana alegre y confiada"⁷.

Su investigación le llevó a considerar el conjunto de todos los conjuntos que no se contienen a sí mismos. Se preguntó entonces si ese conjunto se incluiría a sí mismo como elemento o no. Si el conjunto forma parte como elemento de los conjuntos que no se contienen a sí mismos, entonces se estaría conteniendo a sí mismo, lo cual es contradictorio. Si tomamos la otra opción, el conjunto no formando parte de los conjuntos que no se contienen a sí mismos, entonces no se contiene a sí mismo y debería estar formando parte, lo cual vuelve a ser contradictorio. Lo que se produce es una paradoja que da cuenta de que el conjunto de todos los conjuntos no tiene una existencia lógica. El conjunto solo puede formar parte de sí mismo si no forma parte de sí mismo.

Podemos figurarlo con el ejemplo clásico de la biblioteca y los catálogos de libros. Nos imaginamos que en la biblioteca hay una sección de catálogos y éstos se pueden dividir en dos estanterías. Los catálogos de libros que se incluyen a sí mismos dentro del catálogo, y la estantería de catálogos que no lo hacen. Si escribimos un nuevo catálogo que contenga una lista de todos los catálogos de la segunda estantería, los que no se referencian a sí mismos, ¿en qué estantería deberíamos ubicarlo?

Supongamos que colocamos este catálogo en la segunda estantería junto con el resto de

catálogos que no se contienen a sí mismos. Entonces escribimos una última línea en el catálogo incluyéndolo a él mismo. Pero esto, inmediatamente, lo convierte en un catálogo que se contiene a sí mismo, por lo que debemos colocarlo en la primera estantería.

Lo colocamos entonces en la estantería de los catálogos que se contienen a sí mismos. Ocurre que en ese caso hay que tacharlo de la lista de catálogos que no se contienen a sí mismos. Pero si lo eliminamos de la lista ya no se incluye a sí mismo, por lo que debemos volver a colocarlo en la segunda estantería. Y así, indefinidamente.

El descubrimiento de la paradoja supuso una conmoción en la disciplina, y los lógicos y matemáticos que no desvalorizaron el descubrimiento se emplearon en rastrear el error y hacerlo desaparecer⁸. El propio Russell lo consideró un fracaso de la teoría en su búsqueda de un conocimiento verdadero.

Lacan rescata esta paradoja para el psicoanálisis con el fin de señalar que, lo que Russell vio emerger en su formalización, fue el real matemático, algo que está en una posición anterior a la verdad y al sentido, y que resiste a toda formalización. Un real que existe pero que no dice nada y que por ello cuesta tanto ejemplificar. Lacan en este capítulo lo nombra como el *Uno de la diferencia*, “un Uno distinto de lo que, como atributo, unifica una clase”⁹. Existe un X que no $F(x)$.

Notes

1. Russell, B. *La evolución de mi pensamiento filosófico*. Alianza Editorial, Madrid, 1976.
2. Miller, Jacques-Alain. “La lógica del significante. 2ª conferencia”. *Matemas II*. Manantial, Buenos Aires, 1988, p. 23.
3. Russell, B. “Principia Mathematica. (Aspectos filosóficos)”, *op. cit.*, p. 77.
4. Russell, B. “Técnica lógica en matemáticas”, *op. cit.*, pp. 66-74.
5. *Ibid.*, p. 71.
6. Frege, G. *Fundamentos de la Aritmética*. Ed. Laia, Barcelona, 1973.
7. Russell, Bertrand. “Principia Mathematica. (Aspectos filosóficos)”, *op. cit.*, p. 77.
8. Miller, Jacques-Alain. “La lógica del significante. 2ª conferencia”, *op. cit.*, p. 36.
9. Lacan, Jacques. “En el fundamento de la diferencia entre los sexos”. *El Seminario, libro 19, ...o peor*. Paidós, Buenos Aires, 2021, p. 185.